Suites numériques

Suites arithmétiques :

$u_{n+1} = u_n + r$

$u_n = u_k + (n-k)r$

$u_{n+1} = \dfrac{u_n + u_{n+2}}{2}$

$S_n = (n+1-k)\dfrac{u_k + u_n}{2}$

Suites géométriques :

$u_{n+1} = u_n \times q$

$u_n = u_k \times q^{n-k}$

$u^2{}_{n+1} = u_{n+2} \times u_n$

$S_n = u_k \dfrac{1-q^{n-k}}{1-q}$ si $q \neq 1$

Suites adjacentes :

Soit deux suites u et v.

Si : u est croissante, v est décroissante, et $\lim(v-u) = 0$

Alors : u et v sont convergentes et ont même limite.

Par ailleurs, la suite $(v-u)$ est positive.

Convergence :

- Si une suite est croissante et majorée, alors elle est convergente.
- Si une suite est décroissante et minorée, alors elle est convergente.
- Théorème de passage à la limite : Si u vérifie une relation de récurrence du type $u_{n+1} = g(u_n)$, alors, si elle converge vers l, l vérifie $l = g(l)$.
- Une suite divergente est une suite qui n'a pas de limite ou qui a une limite infinie.

Méthodes pour examiner la croissance d'une suite :

- L'examen du signe de la différence $u_{n+1} - u_n$
- Pour une suite positive, la comparaison du rapport de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ avec 1
- Si u s'écrit sous la forme $f(n)$ où f est une fonction usuelle, l'étude de f sur $[0;+\infty[$
- Le raisonnement par récurrence

Méthodes pour examiner le caractère minoré, majoré ou borné d'une suite :

- L'examen du signe de la différence $u_n - M$ où M est donné ou conjecturé
- Si u s'écrit sous la forme $f(n)$ où f est une fonction usuelle, l'étude de f sur $[0;+\infty[$
- Le raisonnement par récurrence